МАТЕМАТИКА ИЛИМДЕРИ
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ
MATHEMATICAL SCIENCES

Урдалетова А.Б., Кыдыралиев С.К., Керимкулова Э.Дж.

ЖЕТИ ЖОЛУ ӨЛЧӨП, БИР КЕС

Урдалетова А.Б., Кыдыралиев С.К., Керимкулова Э.Дж.

ОДИН РАЗ ОТРЕЖЬ, СЕМЬ РАЗ ИЗМЕРЬ

A.B. Urdaletova, S.K. Kydyraliev, E.Dj. Kerimkulova

ONCE CUT OFF, SEVEN TIMES MEASURED

УДК: 372.851

Азыркы учурда олуттуу көңүл билим берүү системасына бурулууда. Бул макала азыркы мектептер жана жогорку окуу жайларында математикага окутуудагы проблемаларга арналган. Математика окуу процессинин абдан маанилүү жана керектүү бөлүгү. Авторлор математиканы окутууга жаны көз караштын түзүү зарылдыгына өзгөчө көңүл бурат. Мугалимдердин алдында турган эң маанилүү милдет: окуучулардын кызыгуусун жаратуу. Ал үчүн сабактарда сунуш кылынуучу маселелер терең кылдаттуулук менен тандалышы керек. Алар окуучулардын тажрыйбасына туура келип, айлана-чөйрөдөн, кеңири белгилүү адабият булактарынан, алынышы керек. Мындай маселелерди чыгаруунун максаты окучууларга түшүнүктүү болуш керек. Советтик доорунан калган жана алардын негизинде түзүлгөн окуу китептерде бир нече чечимдери бар маселелер дээрлик жок. Макалада авторлор мындай бир нече маселе сунуш кылат. Ошол маселелер макаланын атын аныктайт.

Негизги сөздөр: *алгебра, геометрия, комплекстүү окуу, кызыктуу, көп кырдуу чечимдер, бир жаңы ыкма, сөз проблемалар.*

В настоящее время значительное внимание уделяется системе образования. Данная статья посвящена проблемам преподавания математики в современных школах и вузах. Математика является очень важной и необходимой частью учебного процесса. Особое внимание авторы обращают на необходимость создания нового подхода к преподаванию математики. Проблема первостепенной важности, стоящая перед учителем – вызвать у учащихся интерес к решению той или иной задачи. Необходимо тщательно отбирать привлекательные задачи, вызывающие наибольший интерес, взятые из окружающей жизни, естественным образом связанные со знакомыми учащимся вещами, опытом, служащие понятной ученику цели. В советских учебниках, и по инерции в действующих, практически отсутствуют задачи, имеющие несколько решений. Авторы приводят несколько таких задач, и они порождают название статьи.

Ключевые слова: *алгебра, геометрия, интегрированный учебник, занимательность, многозначные решения, новый подход, текстовые задачи.*

At present, much attention is paid to the education system. This article is devoted to the problems of teaching mathematics in modern schools and universities. Mathematics is a very important and necessary part of the learning process. The authors pay particular attention to the need to create a new approach to the teaching of mathematics. The problem of paramount importance facing the teacher is to arouse the interest of students in the solution of a particular problem. It is necessary to carefully select attractive tasks that are of the greatest interest, taken from the surrounding life, naturally associated with familiar things of the student, experience, serving the purpose clear to the student. In Soviet textbooks, and by inertia in the existing ones, there are practically no problems with several solutions. The authors give several such problems, and they give rise to the title of the article

Key word: *algebra, geometry, integrated textbook, entertaining, multivalued solutions, new approach, and text problems.*

Деградация системы образования Кыргызстана в постсоветский период, к сожаленью, является общепризнанным фактом. Несмотря на то, что считанное количество школ и вузов еще держатся, в целом все очень плохо. Так, по результатам проверок уровня образования школьников, проводимого Министерством образования - НООДУ, в 2009 году 56,5%, в 2014 году 63б8% четвероклассников получили неудовлетворительную оценку по математике. Так как проверки проводились нашими комиссиями по тестам составленным нашими специалистами по нашим устаревшим программам, мы думаем, что реальная картина еще более удручающая. На международном тестировании по программе PISA наша страна заняла последнее место, а потом прекратила участие. Это наверно правильно – зачем дальше позориться. Об этих и других печальных итогах знают все посвященные в проблемы образования в Кыргызстане.

Конечно, предпринимаются попытки переломить тенденцию, каким-то образом улучшить ситуацию. В частности, в настоящее время Министерство, при финансовой поддержке международных организаций проводит работу по созданию стандартов и учебников «нового поколения». К сожаленью, часто, слово «новое» в отношении стандартов и учебников имеется только в названии.

В своем докладе мы расскажем о попытке создания нового подхода к преподаванию школьной математики. Сразу может возникнуть вопрос: «Что нового может быть в математике».

В математике в целом, доступной на школьном уровне, нового материала почти не может быть, но новым должен быть подход к выбору разделов математики, преподаваемых в школе. Не нужно «убивать» время, заставляя учеников вручную умножать и делить многозначные числа – уже изобретены калькуляторы. (*Такого рода задания, вероятно, уместны для воспитания не рассуждающих исполнителей*.) Нужно учить размышлять, перебирать варианты, делать осознанный выбор. При этом делать это интересно.

Можно строить урок/книгу по принципу: Вы должны знать, то о чем я буду говорить/писать далее. Так что записывайте, запоминайте, усваивайте. *Арифметической прогрессией называется ...* .

А можно постараться включить аудиторию в процесс, начать с заинтересовывающей ситуации.

Посадил Дед репку. Выросла репка большая-пребольшая. (Надеемся, что Вы знаете эту сказку, а не знаете - тоже не беда.) Дед тянет-потянет вытянуть не может. Позвал Дед Бабку. .... Дедка за репку, Бабка за Дедку, Внучка за Бабку, Жучка за Внучку, Кошка за Жучку, Мышка за Кошку, тянут – потянут, вытянули репку. Отдохнули и поделили репку. Мышке досталось 5 кусочков, Кошке на 4 кусочка больше, Жучке на 4 кусочка больше, чем Кошке и так далее. На сколько кусочков была поделена репка?

Эту задача могут решить даже ученики младших классов. Для ее решения, сначала нужно установить соответствие между персонажем сказки и количеством кусочков:

Мышка	*Кошка*	*Жучка*	*Внучка*	*Бабка*	*Дедка*
5	*5+4=9*	*9+4=13*	*13+4=17*	*17+4=21*	*21+4 = 25*

Затем, сложив полученные числа, получим ответ:

$$5 + 9 + 13 + 17 + 21 + 25 = 90 \qquad \text{кусочков.}$$

Но задача станет еще интереснее, если мы не остановимся, а попробуем задуматься над следующими вопросами: *А как получить ответ в случае очень большой репки – репки, которую вытянули не шесть человек, а шестьдесят*? Размышления над этим вопросом приводят к <u>арифметической</u> прогрессии.

А что если каждому последующему досталось не на 4 кусочка больше, а в три раза больше кусочков? Размышляя над этим вопросом, приходим к <u>геометрической</u> прогрессии.

Проблема первостепенной важности, стоящая перед учителем – вызвать у учащихся интерес к решению той или иной задачи. Необходимо тщательно отбирать привлекательные задачи. Бесспорно, что наибольший интерес вызывают задачи, взятые из окружающей жизни, задачи, естественным образом связанные со знакомыми учащимся вещами, опытом, служащие понятной ученику цели.

Можно предложить учащимся *найти решения уравнения* $6x + 5y = 33$ *в натуральных числах*.

При этом, скорее всего, такая задача вряд ли вызовет интерес у учащихся. А у более продвинутых учащихся могут возникнуть вопросы, типа: «А почему только в натуральных числах?».

В то же время гораздо больший интерес вызовет аналогичная, с точки зрения математики, задача.

В комнате стоят стулья и табуретки. У каждой табуретки три ножки, у каждого стула четыре ножки. Когда на всех стульях и табуретках сидят люди, в комнате 33 «ноги». Сколько стульев и табуреток в комнате?

Введя соответствующие обозначения, получим уравнение, упомянутое выше, но в этом случае уже понятно, зачем его нужно решать, причем в натуральных числах.

Очень трудно, даже, по всей видимости, невозможно, построить урок/учебник так, чтобы учащиеся решали только те задачи, которые вызывают у них интерес. Но нужно стараться, чтобы таких задач было как можно больше. А наградой учителю за такую работу может быть то, что такие задачи учащийся решает легче и свой интерес к решению «интересных» задач он может перенести и на «скучные» разделы, неизбежные при изучении любого предмета.

Учебники, в том числе и математические, отражают систему, в которой живет общество. Советская, командная система жила по принципу «Партия сказала надо, Комсомол ответил есть!» Видимо поэтому, в советских математических учебниках, и по инерции и в действующих, практически отсутствуют задачи, имеющие несколько решений. Это задачи типа

Фрекен Бок испекла плюшки и дала Карлсону шесть, Малышу меньше, чем Карлсону, а остальные взяла себе. Сколько плюшек было испечено, если их у Фрекен Бок столько, сколько у Карлсона и Малыша вместе?

Можно говорить, что такие задания являются некими абстрактными упражнениями, и не так важно, сколько у них решений.

В связи с этим приведем цитату из автобиографической книги выдающегося предпринимателя Ли Якокки: «*Меня учили не принимать серьезного решения, не имея за душой, по крайней мере, двух его вариантов. А если речь идет об очень серьезном решении, то хорошо бы иметь и третий вариант*».

А мы не учим анализировать многовариантные задачи. В одной хорошей школе 23 одиннадцатиклассникам на контрольной работе была предложена следующая задача. *У Сауле есть много монет по 3 и 5 сомов. Как она может оплатить без сдачи покупку в 39 сомов*?

Из 23 все три ответа нашли 2, два ответа нашли 2, один ответ 15, и ноль ответов 4. Заметьте, что большая часть учащихся нашла один ответ. Скорее всего, после этого они прекратили решение, посчитав процесс законченным.

В какой-то степени последствием того, что решаются только задачи с одним решением может служить ситуация в медицине. Врач лечит только «свою» болезнь. При этом не редки случаи, когда приводя в норму одни органы, «калечат» другие. На чтениях памяти А. А. Брудного коллеги обращали внимание на то, что при изучении развития психических расстройств, как правило рассматривается только один фактор, а другие «отметаются» как конкурирующие.

Часто процесс обучения строится на натаскивании, на обучении каким-то «мертвым» схемам. В то же время учащиеся не владеют элементарными методами рассуждения. В вышеупомянутой контрольной были предложены задачи

При записи скольких целых чисел от 1 до 50 используется цифра 3?

Не решил никто из 12.

(Можно решить простым перебором: 3, 13, 23, 30, 31, …, 39, 43 – всего 14.)

Сколько раз цифра 7 использована при записи всех целых чисел от 1 до 100?

Решили двое из 11.

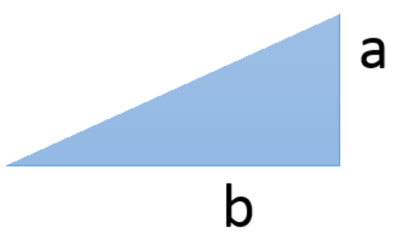
(Ответ 20. Цифра 7 десять раз стоит в «единицах»: 7; 17; 27; … 97, и десять раз в «десятках»: 70; 71; 72; …, 79.)

Над такими результатами можно бы даже посмеяться, если бы не было так грустно.

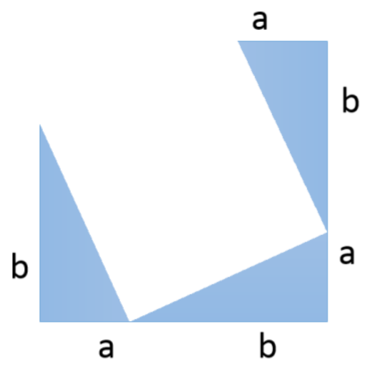
Еще одна проблема современной школьной математики, это раздельное обучение алгебре и геометрии. До сих пор господствует позиция древних греков, отделявших возвышенную геометрию от низменной алгебры. О том, что за это время появилась аналитическая геометрия, сочетающая в себе алгебру и геометрию, и многое другое, школьная математика как бы не знает. В итоге, геометрия преподается примерно также как во времена Эвклида, алгебра не использует геометрические, очень наглядные методы. К примеру, анахронизмом выглядит доказательство теоремы Пифагора через тригонометрические функции в распространенном учебнике Погорелова, и, видимо, списанное оттуда, в кыргызском учебнике.

В то же время существует масса простых и наглядных доказательств. Приведем одно из них.

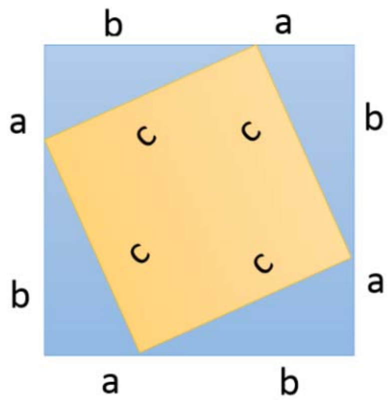
Нарисуем с помощью шаблона прямоугольный треугольник.



Далее, нарисуем с помощью шаблона еще два прямоугольных треугольника, приставив к каждому катету другой катет.



И, наконец, дорисуем чертеж, приставив шаблон еще раз.



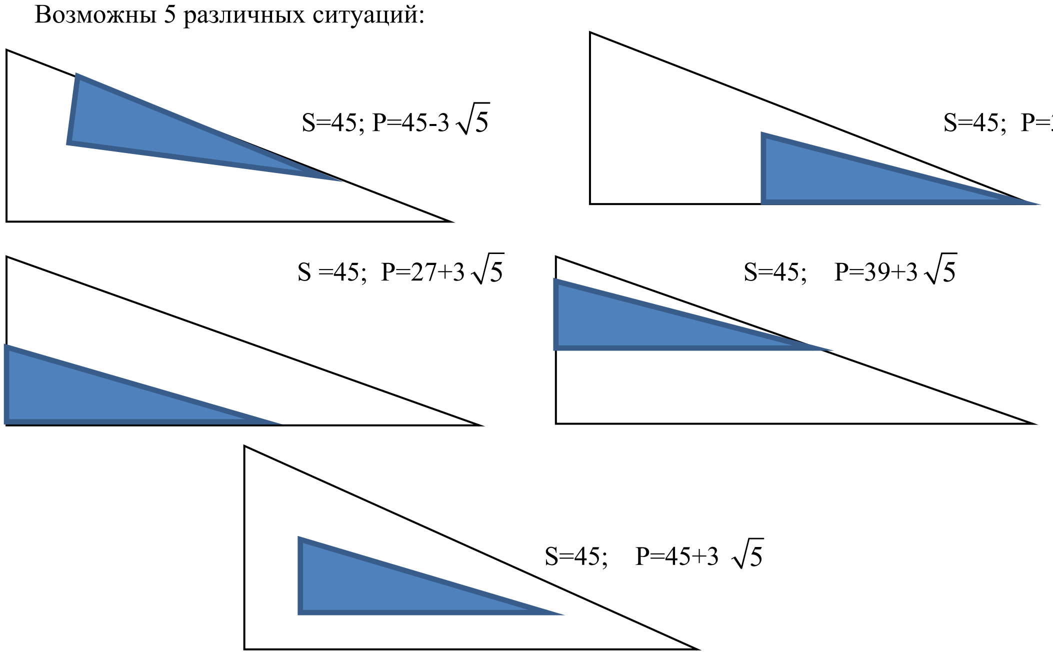
В итоге получим квадрат со стороной c и четыре прямоугольных треугольника с катетами a и b и гипотенузой c, внутри квадрата со стороной $a + b$. **Площадь прямоугольного треугольника с катетами a и b равна $ab/2$. Площадь квадрата со стороной $a + b$ равна $(a + b)^2$. Площадь маленького квадрата равна c^2**. Следовательно, можно написать равенство $(a + b)^2 = 4(ab/2) + c^2$.

Раскрыв скобки: $a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2$, и убрав $2ab$ слева и справа, получим утверждение теоремы Пифагора: сумма квадратов катетов равна квадрату гипотенузы: $a^2 + b^2 = c^2$.

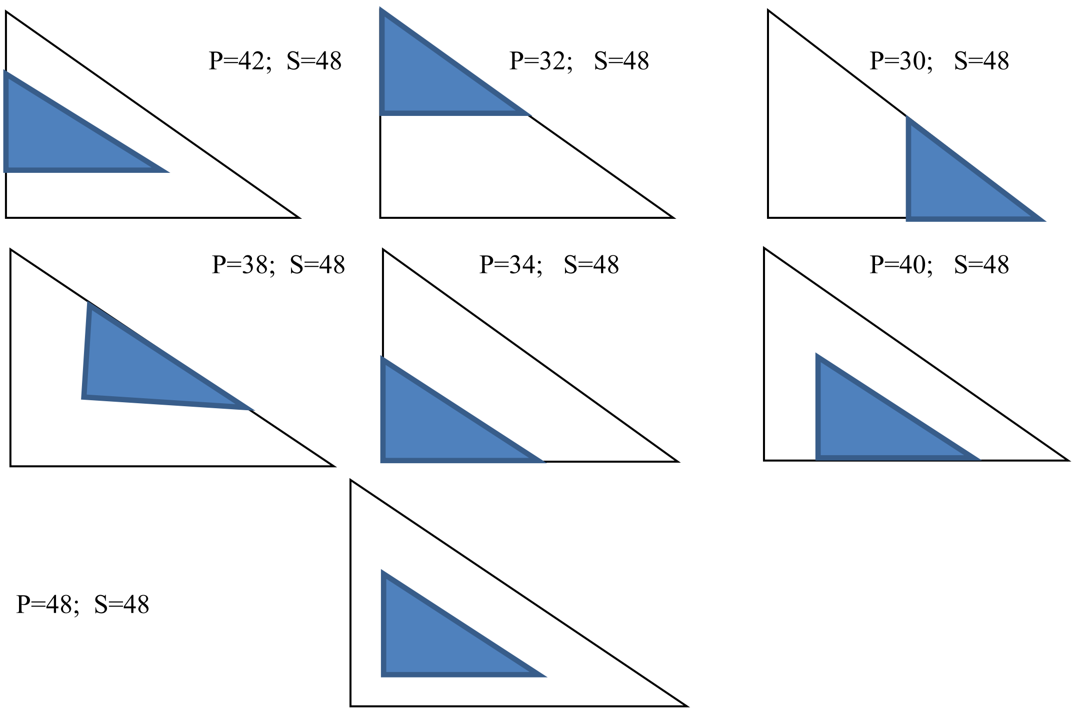
Рассмотрим еще два примера с несколькими решениями, используя геометрическую наглядность

Из бумажного прямоугольного треугольника с катетами 9 см и 12 см вырезали прямоугольный треугольник с катетами 3 см и 6 см. Чему равны площадь и периметр оставшейся фигуры?

Возможны 5 различных ситуаций:



А что если катеты меньшего треугольника равны 3 см и 4 см?



Ответ на последний вопрос прояснит название доклада.

Начав обсуждать с учащимися различия в задачах: в одной возможны 5 различных ситуаций, в другой 7, можно занимательно ввести понятие подобных фигур, в частности, подобных треугольников.

Следует заметить, что Арон Абрамович проявлял неподдельный интерес к «нестандартным» математическим задачам. Рискнем предположить, что такие задачи могут служить хорошими примерами для иллюстрации психологии мыслительной деятельности.

Литература:

1. Кыдыралиев С.К. Урдалетова А.Б. Удивительные прогрессии. - Бишкек: Кенеш, 2014. - 140 с.
2. Кострикина Н. П. Задачи повышенной трудности в курсе алгебры 7-9 классов. - М.: Просвещение, 1991. - 239 с.
3. Ли Якокка Карьера менеджера. - М.: Прогресс, 1990. - 384 с.

Рецензент: д.ф.-м.н., профессор Байзаков А.